

Introduction to Information Retrieval

<http://informationretrieval.org>

Levenshtein distance examples

Hinrich Schütze

Institute for Natural Language Processing, Universität Stuttgart

2008.04.29

Levensthein distance

- Distance between two strings
- Minimal number of operations needed to transform s_1 into s_2
- Admissible operations:
 - Delete character
 - Insert character
 - Replace character

Example 1

- Levenshtein distance OSLO – SNOW?

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1				
s	2 2				
l	3 3				
o	4 4				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{\quad}{1} \frac{\quad}{1}$	$\frac{\quad}{2} \frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{3} \frac{\quad}{3}$	$\frac{\quad}{4} \frac{\quad}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \frac{2}{?}$			
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1			
s	2 2				
l	3 3				
o	4 4				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{1}$	$\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{3}$	$\frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \quad \frac{3}{?}$		
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2		
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2				
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3				
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{1}$	$\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{3}$	$\frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \quad \frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{?}$	
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2				
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3				
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{1}$	$\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{3}$	$\frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \quad \frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{2}$	$\frac{4}{3} \quad \frac{5}{?}$
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{1}$	$\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{3}$	$\frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \quad \frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{2}$	$\frac{4}{3} \quad \frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \quad \frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{2}$	$\frac{4}{3} \quad \frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{?}$			
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{1}$	$\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{3}$	$\frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{4}$
o	$\frac{\quad}{1}$ $\frac{\quad}{1}$	$\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{1}$	$\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5}$ $\frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{3}$
s	$\frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{1}$			
l	$\frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{3}$				
o	$\frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{4}$				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \quad 2$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \quad 3$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3} \quad 4$ $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3} \quad 5$ $\frac{3}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3} \quad 2$ $\frac{3}{1}$	$\frac{2}{2} \quad 3$ $\frac{2}{?}$		
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2		
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3				
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{?}$	
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3				
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad}$ 0	$\frac{\quad}{\quad}$ 1 1	$\frac{\quad}{\quad}$ 2 2	$\frac{\quad}{\quad}$ 3 3	$\frac{\quad}{\quad}$ 4 4
o	$\frac{\quad}{\quad}$ 1 $\frac{\quad}{\quad}$ 1	$\frac{\quad}{\quad}$ 1 2 $\frac{\quad}{\quad}$ 2 1	$\frac{\quad}{\quad}$ 2 3 $\frac{\quad}{\quad}$ 2 2	$\frac{\quad}{\quad}$ 2 4 $\frac{\quad}{\quad}$ 3 2	$\frac{\quad}{\quad}$ 4 5 $\frac{\quad}{\quad}$ 3 3
s	$\frac{\quad}{\quad}$ 2 $\frac{\quad}{\quad}$ 2	$\frac{\quad}{\quad}$ 1 2 $\frac{\quad}{\quad}$ 3 1	$\frac{\quad}{\quad}$ 2 3 $\frac{\quad}{\quad}$ 2 2	$\frac{\quad}{\quad}$ 3 3 $\frac{\quad}{\quad}$ 3 3	$\frac{\quad}{\quad}$ 3 4 $\frac{\quad}{\quad}$ 4 ?
l	$\frac{\quad}{\quad}$ 3 $\frac{\quad}{\quad}$ 3				
o	$\frac{\quad}{\quad}$ 4 $\frac{\quad}{\quad}$ 4				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3				
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 ?			
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2			
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2	<u> </u> 2 3 <u> </u> 3 ?		
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$		
o	$\frac{4}{4}$				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2	<u> </u> 2 3 <u> </u> 3 2	<u> </u> 3 4 <u> </u> 3 ?	
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2	<u> </u> 2 3 <u> </u> 3 2	<u> </u> 3 4 <u> </u> 3 3	
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2	<u> </u> 2 3 <u> </u> 3 2	<u> </u> 3 4 <u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4 <u> </u> 4 ?
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2	<u> </u> 2 3 <u> </u> 3 2	<u> </u> 3 4 <u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4 <u> </u> 4 4
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4				

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2	<u> </u> 2 3 <u> </u> 3 2	<u> </u> 3 4 <u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4 <u> </u> 4 4
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4	<u> </u> 4 3 <u> </u> 5 ?			

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> <u>1</u>	<u>1 2</u> <u>2 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>2 4</u> <u>3 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>
s	<u>2</u> <u>2</u>	<u>1 2</u> <u>3 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>3 3</u> <u>3 3</u>	<u>3 4</u> <u>4 3</u>
l	<u>3</u> <u>3</u>	<u>3 2</u> <u>4 2</u>	<u>2 3</u> <u>3 2</u>	<u>3 4</u> <u>3 3</u>	<u>4 4</u> <u>4 4</u>
o	<u>4</u> <u>4</u>	<u>4 3</u> <u>5 3</u>			

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2	<u> </u> 2 3 <u> </u> 3 2	<u> </u> 3 4 <u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4 <u> </u> 4 4
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4	<u> </u> 4 3 <u> </u> 5 3	<u> </u> 3 3 <u> </u> 4 ?		

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> <u>1</u>	<u>1 2</u> <u>2 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>2 4</u> <u>3 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>
s	<u>2</u> <u>2</u>	<u>1 2</u> <u>3 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>3 3</u> <u>3 3</u>	<u>3 4</u> <u>4 3</u>
l	<u>3</u> <u>3</u>	<u>3 2</u> <u>4 2</u>	<u>2 3</u> <u>3 2</u>	<u>3 4</u> <u>3 3</u>	<u>4 4</u> <u>4 4</u>
o	<u>4</u> <u>4</u>	<u>4 3</u> <u>5 3</u>	<u>3 3</u> <u>4 3</u>		

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> <u>1</u>	<u>1 2</u> <u>2 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>2 4</u> <u>3 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>
s	<u>2</u> <u>2</u>	<u>1 2</u> <u>3 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>3 3</u> <u>3 3</u>	<u>3 4</u> <u>4 3</u>
l	<u>3</u> <u>3</u>	<u>3 2</u> <u>4 2</u>	<u>2 3</u> <u>3 2</u>	<u>3 4</u> <u>3 3</u>	<u>4 4</u> <u>4 4</u>
o	<u>4</u> <u>4</u>	<u>4 3</u> <u>5 3</u>	<u>3 3</u> <u>4 3</u>	<u>2 4</u> <u>4 ?</u>	

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> <u>1</u>	<u>1 2</u> <u>2 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>2 4</u> <u>3 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>
s	<u>2</u> <u>2</u>	<u>1 2</u> <u>3 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>3 3</u> <u>3 3</u>	<u>3 4</u> <u>4 3</u>
l	<u>3</u> <u>3</u>	<u>3 2</u> <u>4 2</u>	<u>2 3</u> <u>3 2</u>	<u>3 4</u> <u>3 3</u>	<u>4 4</u> <u>4 4</u>
o	<u>4</u> <u>4</u>	<u>4 3</u> <u>5 3</u>	<u>3 3</u> <u>4 3</u>	<u>2 4</u> <u>4 2</u>	

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> <u>1</u>	<u>1 2</u> <u>2 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>2 4</u> <u>3 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>
s	<u>2</u> <u>2</u>	<u>1 2</u> <u>3 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>3 3</u> <u>3 3</u>	<u>3 4</u> <u>4 3</u>
l	<u>3</u> <u>3</u>	<u>3 2</u> <u>4 2</u>	<u>2 3</u> <u>3 2</u>	<u>3 4</u> <u>3 3</u>	<u>4 4</u> <u>4 4</u>
o	<u>4</u> <u>4</u>	<u>4 3</u> <u>5 3</u>	<u>3 3</u> <u>4 3</u>	<u>2 4</u> <u>4 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 ?</u>

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> <u>1</u>	<u>1 2</u> <u>2 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>2 4</u> <u>3 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>
s	<u>2</u> <u>2</u>	<u>1 2</u> <u>3 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>3 3</u> <u>3 3</u>	<u>3 4</u> <u>4 3</u>
l	<u>3</u> <u>3</u>	<u>3 2</u> <u>4 2</u>	<u>2 3</u> <u>3 2</u>	<u>3 4</u> <u>3 3</u>	<u>4 4</u> <u>4 4</u>
o	<u>4</u> <u>4</u>	<u>4 3</u> <u>5 3</u>	<u>3 3</u> <u>4 3</u>	<u>2 4</u> <u>4 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 <u> </u> 1	<u> </u> 1 2 <u> </u> 2 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 2 4 <u> </u> 3 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3
s	<u> </u> 2 <u> </u> 2	<u> </u> 1 2 <u> </u> 3 1	<u> </u> 2 3 <u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3 <u> </u> 3 3	<u> </u> 3 4 <u> </u> 4 3
l	<u> </u> 3 <u> </u> 3	<u> </u> 3 2 <u> </u> 4 2	<u> </u> 2 3 <u> </u> 3 2	<u> </u> 3 4 <u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4 <u> </u> 4 4
o	<u> </u> 4 <u> </u> 4	<u> </u> 4 3 <u> </u> 5 3	<u> </u> 3 3 <u> </u> 4 3	<u> </u> 2 4 <u> </u> 4 2	<u> </u> 4 5 <u> </u> 3 3

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1	2 3 2 2	2 4 3 2	4 5 3 3
s	2 2	1 2 3 1	2 3 2 2	3 3 3 3	3 4 4 3
l	3 3	3 2 4 2	2 3 3 2	3 4 3 3	4 4 4 4
o	4 4	4 3 5 3	3 3 4 3	2 4 4 2	4 5 3 3

How do I read out the editing operations that transform OSLO into SNOW?

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1	2 3 2 2	2 4 3 2	4 5 3 3
s	2 2	1 2 3 1	2 3 2 2	3 3 3 3	3 4 4 3
l	3 3	3 2 4 2	2 3 3 2	3 4 3 3	4 4 4 4
o	4 4	4 3 5 3	3 3 4 3	2 4 4 2	4 5 3 3

cost	operation	input	output
1	insert	*	w

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1	1 2	2 3	2 4	4 5
	1	2 1	2 2	3 2	3 3
s	2	1 2	2 3	3 3	3 4
	2	3 1	2 2	3 3	4 3
l	3	3 2	2 3	3 4	4 4
	3	4 2	3 2	3 3	4 4
o	4	4 3	3 3	2 4	4 5
	4	5 3	4 3	4 2	3 3

cost	operation	input	output
0	(copy)	o	o
1	insert	*	w

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1	1 2	2 3	2 4	4 5
	1	2 1	2 2	3 2	3 3
s	2	1 2	2 3	3 3	3 4
	2	3 1	2 2	3 3	4 3
l	3	3 2	2 3	3 4	4 4
	3	4 2	3 2	3 3	4 4
o	4	4 3	3 3	2 4	4 5
	4	5 3	4 3	4 2	3 3

cost	operation	input	output
1	replace	l	n
0	(copy)	o	o
1	insert	*	w

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1	1 2	2 3	2 4	4 5
	1	2 1	2 2	3 2	3 3
s	2	1 2	2 3	3 3	3 4
	2	3 1	2 2	3 3	4 3
l	3	3 2	2 3	3 4	4 4
	3	4 2	3 2	3 3	4 4
o	4	4 3	3 3	2 4	4 5
	4	5 3	4 3	4 2	3 3

cost	operation	input	output
0	(copy)	s	s
1	replace	l	n
0	(copy)	o	o
1	insert	*	w

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1	2 3 2 2	2 4 3 2	4 5 3 3
s	2 2	1 2 3 1	2 3 2 2	3 3 3 3	3 4 4 3
l	3 3	3 2 4 2	2 3 3 2	3 4 3 3	4 4 4 4
o	4 4	4 3 5 3	3 3 4 3	2 4 4 2	4 5 3 3

cost	operation	input	output
1	delete	o	*
0	(copy)	s	s
1	replace	l	n
0	(copy)	o	o
1	insert	*	w

Example 2

- Levenshtein distance $CAT - CATCAT$

Example 2

- Levenshtein distance $CAT - CATCAT$: 3

Example 2

- Levenshtein distance $CAT - CATCAT$: 3
- How many distinct minimal sequences of editing operations?

		c	a	t	c	a	t	
		0	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6
c		1	0 2	2 3	3 4	3 5	5 6	6 7
		1	2 0	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5
a		2	2 1	0 2	2 3	3 4	3 5	5 6
		2	3 1	2 0	1 1	2 2	3 3	4 4
t		3	3 2	2 1	0 2	2 3	3 4	3 5
		3	4 2	3 1	2 0	1 1	2 2	3 3

		c	a	t	c	a	t
	0	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6
c	1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4	6 7 5 5
a	2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4
t	3	3 2 4 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3

cost	operation	input	output
1	insert	*	c
1	insert	*	a
1	insert	*	t
0	(copy)	c	c
0	(copy)	a	a
0	(copy)	t	t

		c	a	t	c	a	t
	0	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6
c	1 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4	6 7 5 5
a	2 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4
t	3 3	3 2 4 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3

cost	operation	input	output
0	(copy)	c	c
1	insert	*	a
1	insert	*	t
1	insert	*	c
0	(copy)	a	a
0	(copy)	t	t

		c	a	t	c	a	t
	0	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6
c	1 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4	6 7 5 5
a	2 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4
t	3 3	3 2 4 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3

cost	operation	input	output
0	(copy)	c	c
0	(copy)	a	a
1	insert	*	t
1	insert	*	c
1	insert	*	a
0	(copy)	t	t

		c	a	t	c	a	t
	0	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6
c	1 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4	6 7 5 5
a	2 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4
t	3 3	3 2 4 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3

cost	operation	input	output
0	(copy)	c	c
0	(copy)	a	a
0	(copy)	t	t
1	insert	*	c
1	insert	*	a
1	insert	*	t